

2de - Exercices ch01.

Q.1.1

$$-6 \notin \mathbb{N} \quad 0 \in \mathbb{N} \quad \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \subset \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{N} \not\subset \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad 3 \in \mathbb{Z} \quad \mathbb{N} \not\subset \underline{\underline{\emptyset}}$$

modif par $\emptyset$ x

Q.1.2

a) un diviseur de

b) un multiple de (deux fois)
divisible par

c) un multiple de (deux fois)
divisible par

d) divisible par / multiples de (interchangeables)

Q.1.3. Soit $a \in \mathbb{Z}$

1) Soient b et c deux multiples de a

$$\exists k, k' \in \mathbb{Z} \text{ tq } b = ka \text{ et } c = k'a.$$

$$\text{Il vient } b - c = ka - k'a = \underbrace{(k - k')}_{l} a = la, \text{ multiple de } a.$$

2) Avec les mêmes notations.

$$bc = ka \times k'a = kk'a \times a = \underbrace{(kk'a)}_e \times a, \text{ multiple de } a.$$

3) $\frac{b}{c} = \frac{ka}{k'a} \quad (\text{si } a \neq 0) \quad , \quad \frac{b}{c} = \frac{k}{k'} \text{ n'est un}$

multiple de a que si k'/k et $a/k/k'$.

Ex 01.4.

1°) Diviseurs de 15:
1; 3; 5; 15
Diviseurs de 35:
1; 5; 7; 35

Diviseurs communs: 1; 5
 $\text{Pgcd}(15, 35) = 5$

2°) Diviseurs de 90:
1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30; 45; 90
Diviseurs de 135:
1; 3; 5; 9; 15; 27; 45; 135
Diviseurs communs:
1; 3; 5; 9; 15; 45
 $\text{Pgcd}(90, 135) = 45$

Ex 01.5

15	3	35	5
5	5	7	7
1	1	1	1

$$\text{Pgcd}(15, 35) = 5$$

90	2	135	3
45	3	45	3
15	3	15	3
5	5	5	5
1	1	1	1

$$\text{Pgcd}(90, 135) = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

Ex 01.6

80	2,	60	2,
40	2,	30	2,
20	2	15	3
10	2	5	5,
5	5,	1	
1			

$$\text{Pgcd}(80, 60) = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$80 = 20 \times 4$$

$$60 = 20 \times 3$$

On peut former 20 équipes de 4 hommes et 3 femmes.

Ex 01.7

1°) Soit $m \in \mathbb{N}$ pair. $\exists k \in \mathbb{N}$ tq $m = 2k$. Soit un tel k .
 $m^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \times (2k^2)$
 Donc m^2 est pair.

2°) Soit $m \in \mathbb{N}$ impair. $\exists k \in \mathbb{N}$ tq $m = 2k+1$, Soit un tel k .
 $m^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
 Donc m^2 est impair.

3°) Soit $m \in \mathbb{N}$. Supposons m^2 pair.
 On va raisonner par l'absurde et supposer m impair.
 D'après 2°, m^2 est impair, contradiction.
 Donc m est pair.

4°) Soit $m \in \mathbb{N}$ tel que m^2 soit impair.
 De la même manière, si m était pair, d'après 1°,
 m^2 serait pair, contradiction.
 Donc m est impair.

Finalement, $\begin{cases} m^2 \text{ pair} \Leftrightarrow m \text{ pair} \\ m^2 \text{ impair} \Leftrightarrow m \text{ impair} \end{cases}$

Ex 01.8 page suivante.

Ex 01.9 (E) $m(m+5) = 36$

1°) Les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

2°) Ainsi, m et $m+5$ sont deux diviseurs de 36,
 dont la différence est 5.

La seule possibilité est le couple (6, 9).

Donc $m = 6$. $S = \{6\}$

Ex 01.8 (E) : $3 \mid a^2 - 1$

1°) $a^2 - 1 = 3k$

$a^2 = 3k + 1$

$k=0 \rightarrow a^2 = 1, a = 1 \quad (a-1)$

$k=1 \rightarrow a^2 = 4, a = 2 \quad (a-2)$

$k=2$ suppos.

$k=3$ suppos

$k=4$ suppos...

On conjecture que les deux seuls solutions dans $\mathbb{N}$ sont 1 et 2.

2°) $a^2 - 1 = 3k$

$a^2 - 1^2 = 3k \quad (\text{produit remarquable})$

$(a+1)(a-1) = 3k$

$3 \mid (a+1)(a-1)$ donc $3 \mid a+1$ ou $3 \mid a-1$

se. $a+1 = 3k$ ou $a-1 = 3k$

$a = 3k - 1$ ou $a = 3k + 1$

$a = 3k - 3 + 2$

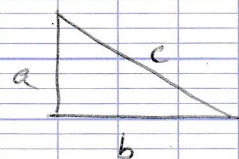
$a = \underbrace{3k-1}_{k'} + 2$ ou $a = 3k + 1$.

Les nombres a sont de la forme $3k+1$ ou $3k+2$,

se tous les nombres sauf les multiples de 3.

Si $3 \nmid a$, alors $3 \mid a^2 - 1$.

Ex 01.10



$c^2 = a^2 + b^2$

Or c impairssi c^2 impair

Et la somme de deux nombres de même parité est paire.

Donc a^2 et b^2 sont de parités contraires, donc a et b sont de parités contraires.

Si c^2 impair!!